焦　点

レーザーのビーム特性と国際規格

早稲田大学　先進理工学部 講師
（当協会「光応用技術研修会」／「LED と半導体レーザーの基礎と応用」講座 講師）
波多腰玄一　HATAKOSHI, Gen-ichi

ISO の技術委員会 TC172 は最初“Optics and optical instruments”という名前だったのが現在は“Optics and photonics”になった。オプティクス（光学）に対してフォトニクスは光子学ということになるのだろうが，光子が登場しなくてもフォトニクスという言葉はいろいろなところで使われるようになった。いずれにしても，レーザーを扱うことになるとやはりフォトニクス（=光エレクトロニクス）になるのであろう。

国際規格は実際にユーザーが利用できないと意味がないので，あまり難しい理論は出てこないかというと，そうでもない。以下で，TC172 の中の SC9（Electro-optical systems: 電気光学システム）で策定された国際規格の中からレーザーのビーム特性関連の例を紹介する。

レーザー光のビーム伝搬特性は ISO 11146（レーザー及びレーザー関連装置 － レーザーのビーム幅，広がり角，及びビーム伝搬比の測定方法）で取り扱われている。この中にウィグナー分布関数というのが出てくる。ウィグナー（E. P. Wigner）は，電子の結晶“ウィグナー結晶”やシュレーディンガーの猫の変形版“ウィグナーの友人”で有名なハンガリーの物理学者である。ウィグナー分布関数は古典物理と量子力学を繋ぐ関数として知られており，光学では伝搬光を実空間座標と空間周波数座標の両方で記述する関数として使われる。ISO 文書ではウィグナー分布関数 $h(x,y,\theta_x,\theta_y)$の 2 次モーメントとして$<x^2>$，$<\theta_x^2>$などを定義しており，これからビーム径やビーム広がり角を求めるようになっている。2 次モーメントは結局標準偏差の 2 乗なので，単純なビームではウィグナー分布関数を持ち出すこともないのであるが，非点収差のあるような一般のビームに対しては交差項を含む他の 2 次モーメントが必要となってくる。ISO 文書ではウィグナー分布関数の 10 個の 2 次モーメントを用いた式(1)のようなビーム行列 $\boldsymbol{P}$を規定しており，ビーム品質指標の M^2 因子を $M_{\mathrm{eff}}{}^2 = (4\pi/\lambda)\left(\det(\boldsymbol{P})\right)^{1/4}$ と定義している。

$$\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} <x^2> & <xy> & <x\theta_x> & <x\theta_y> \\ <xy> & <y^2> & <y\theta_x> & <y\theta_y> \\ <x\theta_x> & <y\theta_x> & <\theta_x{}^2> & <\theta_x\theta_y> \\ <x\theta_y> & <y\theta_y> & <\theta_x\theta_y> & <\theta_y{}^2> \end{pmatrix} \qquad (1)$$

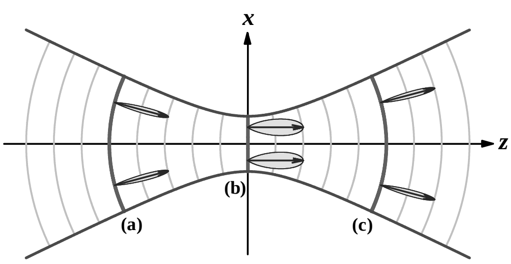

図 1　ガウスビームにおける k_x の分布

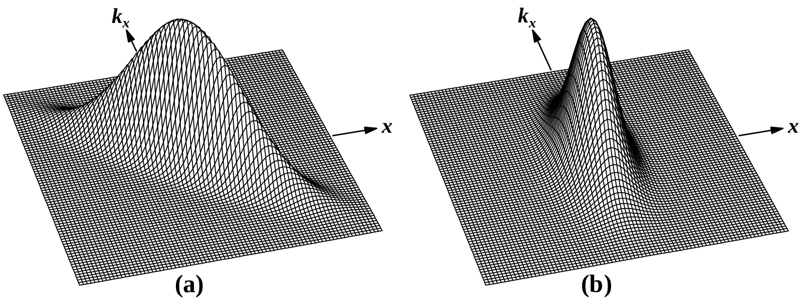

図 2　図 1 のガウスビームの(a)，(b)，(c)におけるウィグナー分布関数

ウィグナー分布関数が何を表しているかを図 1 に模式的に示す。$h(x,y,\theta_x,\theta_y)$はビームの振幅 $\psi(x,y)$と伝搬ベクトル $\boldsymbol{k}$ の(x,y)成分である$(k_x, k_y)=(2\pi/\lambda)(\theta_x, \theta_y)$の分布の両方を同時に表した関数といえる。図 1 のガウスビームに対して x-k_x の位相空間上に表されたウィグナー分布関数の例を図 2 に示す。光線で考えると k_x は x の関数として一意的に決まるが，ウィグナー分布関数ではそれぞれが広がり（不確定性）を持って伝搬していくことがわかる。なお実際の測定では式(1)のビーム行列の各要素が求まればよいので，$h(x,y,\theta_x,\theta_y)$自体を求める必要はない。

統計学的検定法の一つにコルモゴロフ-スミルノフ検定（KS 検定）と呼ばれる検定法がある。以前これが ISO 13694（レーザー及びレーザー関連装置 － レーザーのビーム出力（エネルギー）密度分布の測定方法）の文書で出てきた。コルモゴロフ（A. N. Kolmogorov）はロシアの数学者で，乱流におけるスケーリング則やコルモゴロフ複雑性などで知られている。KS 検定は仮説検定の一種で 2 つの分布の適合度の検定に用いられる。ISO 13694 では，ビームの分布を何らかの関数でフィッティングした場合の適合度 G（Goodness of fit）を評価する手法として導入されていた。G は測定点の数 N の関数である。ところが，レーザー関係のあるメーカーから「Nを増やしていくと G がどんどん小さくなってしまうという事例がある」という報告と問い合わせがあった。これは実は，測定誤差などの雑音による統計誤差と，本質的に異なる関数でフィッティングした場合の誤差の性質とを混同して KS 検定が用いられていることに起因していた。

ガウス分布に統計誤差が乗ったデータ（実際の測定値ではなく数値モデル）をガウス分布でフィッティングした例を図 3(a)に示す。KS 検定に基づく方法で適合度 G を求めてみると図 3(b)のようになり，この例の場合は適合度が高い。また測定点の数 N により G が大きく変わることはなく，N を増やすと G はほぼ一定の値となる。ここまでは，この方法は何の問題もないように見える。

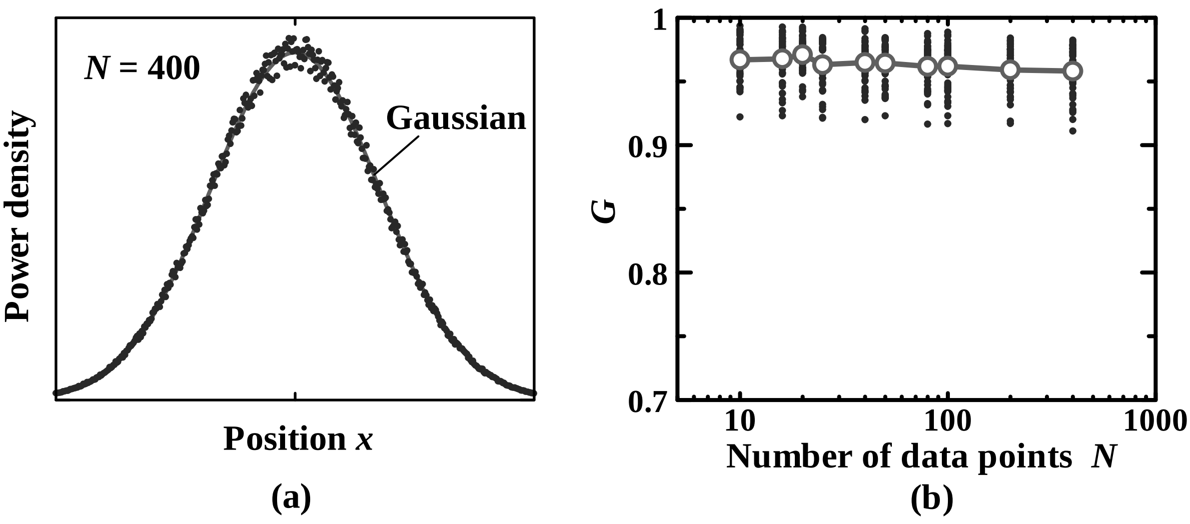

図 3　ガウス分布に統計誤差が乗ったデータのガウス分布によるフィッティングとその適合度

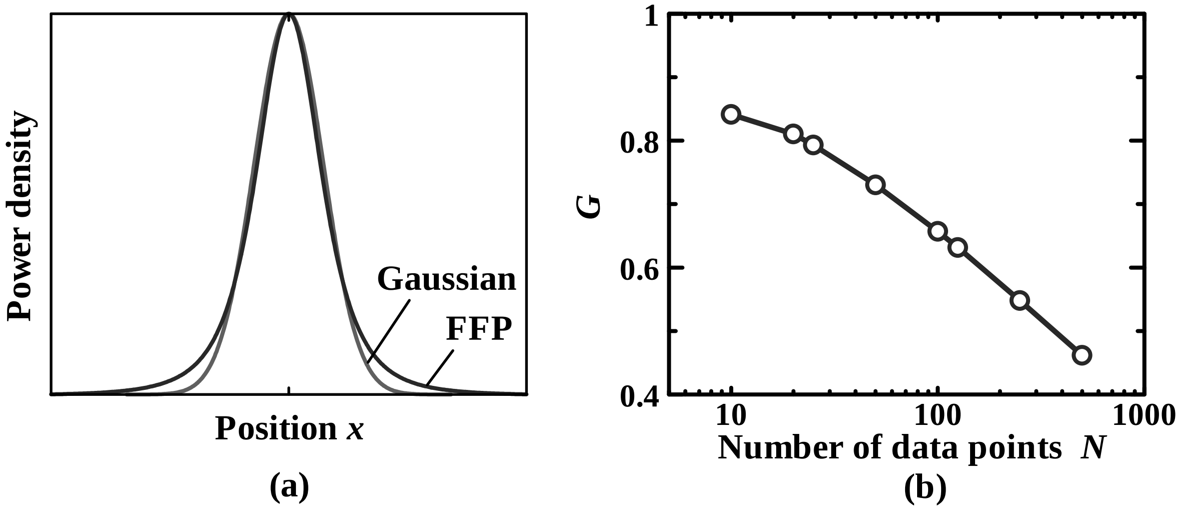

図 4　半導体レーザーの遠視野像のガウス分布によるフィッティングとその適合度

次に半導体レーザーの遠視野像をガウス分布で近似した図 4 の場合を考える。半導体レーザーからの出射光は本来ガウス分布ではない。これは例えばダブルヘテロ構造における導波モードを考えれば明らかである。しかし出射光をガウス分布で近似することはよく行われる。そこで図 4(a)の元々の遠視野像分布とそれを近似したガウス分布に対して KS 検定を行うとどうなるであろうか。結果は図 4(b)に示したように，測定点を増やす程 G が減少し，N が数百以上になるとかなり小さくなってしまう。前述の報告例が再現されている訳である。この例のように，本質的に異なる関数を比較した場合，測定点が少ないと比較的よく合っている（G が大きい）ように見える分布でも，測定点を多くすると，2 つの分布間の誤差が小さくなることは決してないので誤差がより明確になり，G は小さくなってしまう。もちろん KS 検定自体は有用な手法であるが，図 4 のような例で“フィッティングの度合い”として用いると誤解を招く。この検討結果を国内委員会から報告し，Goodness of fit と KS 検定に関する記述は削除することを提案した。議論の末，削除が妥当ということになり，現在の文書には Goodness of fit の項目は載っていない。

半導体レーザーや電子デバイスの CAD では量子力学が当たり前のように使われており，それがデバイス設計にも大きく寄与している。ここで述べたように国際規格文書でも，難しい理論が背景にある場合が少なくない。いずれにしても規格文書策定では，間違った使い方や誤解を招かないように，十分な検討が必要である。